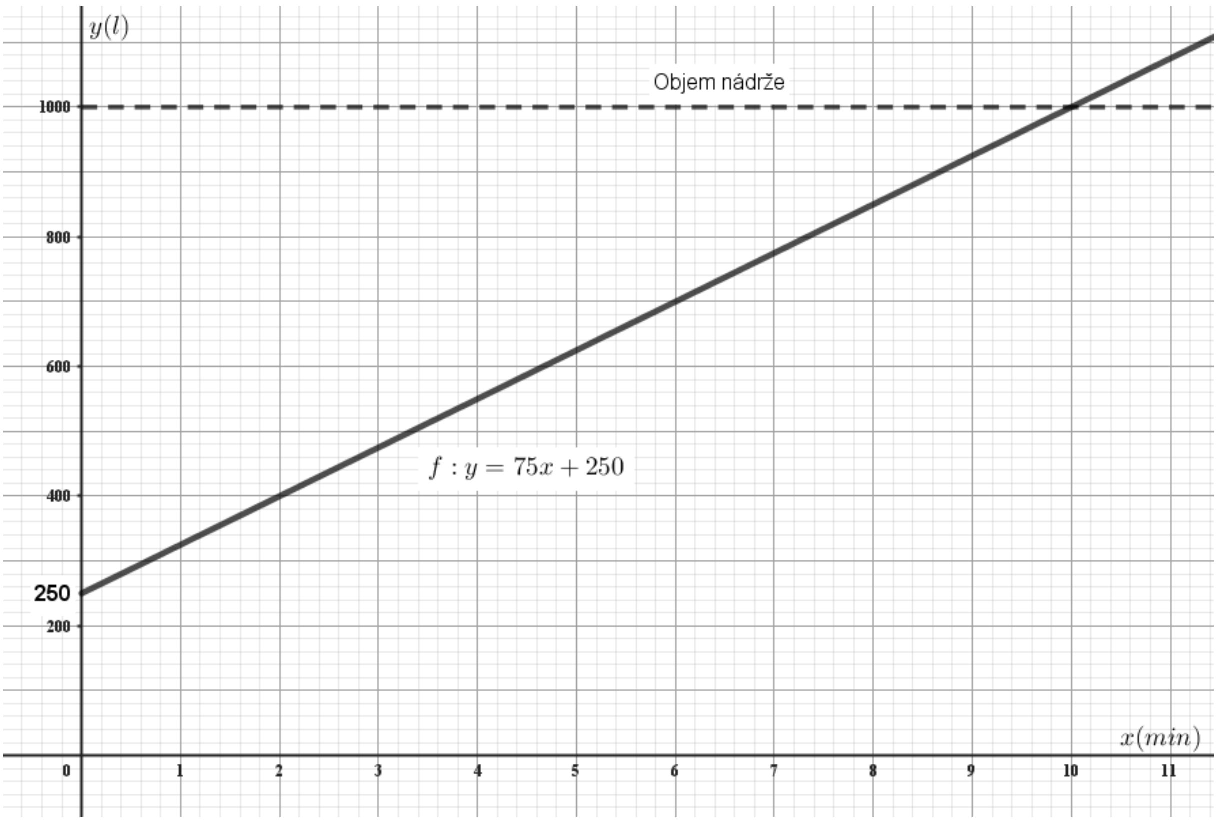
Příklad 1 S4

Objem nádrže je $1000\ l$. Kohoutkem přiteče za 1 minutu $75\ l$ vody. Před otevřením kohoutku bylo v nádrži $250\ l$ vody. Určete funkci, která vyjadřuje závislost množství vody v nádrži na času přitékání vody, a sestrojte k dané situaci graf.

<u>Řešení:</u>

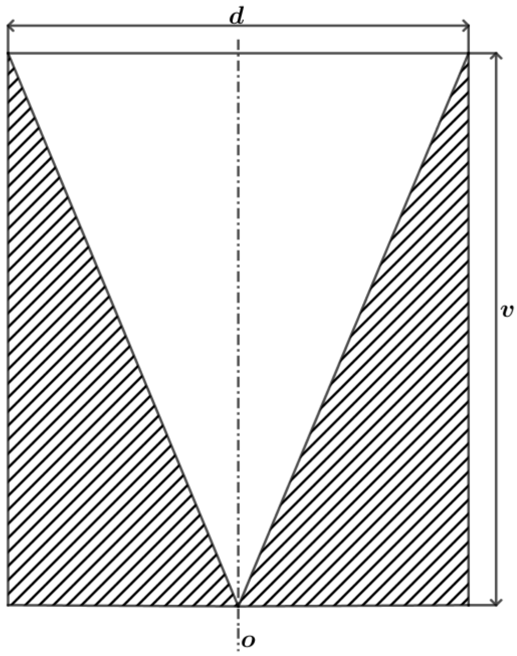
$y = ax + b$

$y = 75x + 250;\ x \in \langle 0; 10 \rangle$



Příklad 2 S4

Určete objem a povrch rotačního tělesa, jestliže $d = 100\ mm, v = 200\ mm$. Těleso vznikne rotací plného obrazce kolem osy o. Výsledky zaokrouhlete na dvě desetinná místa.



Řešení:

a) Objem

Válec: $V_V = \pi r^2 v = \pi \cdot 50^2 \cdot 200$

Kužel: $V_K = \frac{1}{3}\pi r^2 v = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 50^2 \cdot 200$

Objem tělesa: $V = V_V - V_K = \pi \cdot 50^2 \cdot 200 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 50^2 \cdot 200 = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 50^2 \cdot 200 =$

$= 1046666{,}67\ mm^3 = 1046{,}67\ cm^3$ (pro $\pi = 3{,}14$)

$= 1047197{,}55\ mm^3 = 1047{,}20\ cm^3$ (pro $\pi = \pi$)

b) Povrch

Válec: $S_V = \pi r^2 + 2\pi r v = \pi \cdot 50^2 + 2\pi \cdot 50 \cdot 200$

$s = \sqrt{200^2 + 50^2} = 50\sqrt{17}$

Kužel: $S_K = \pi r s = \pi \cdot 50 \cdot 50\sqrt{17}$

Povrch tělesa: $S = S_V + S_K = \pi \cdot 50^2 + 2\pi \cdot 50 \cdot 200 + \pi \cdot 50 \cdot 50\sqrt{17} =$

$= 103016{,}38\ mm^2 = 1030{,}16\ cm^2$ (pro $\pi = 3{,}14$)

$= 103068{,}63\ mm^2 = 1030{,}69\ cm^2$ (pro $\pi = \pi$)

Příklad 3 S4

Která prvočísla vyhovují nerovnici $x^2 + 5x - 8 < 15 + 26x - x^2$

Řešení:

$$x^2 + 5x - 8 < 15 + 26x - x^2$$
$$2x^2 - 21x - 23 < 0$$

$$D = 625$$

$$x_1 = 11{,}5$$

$$x_2 = -1$$

Řešení nerovnice je v intervalu $(-1; 11{,}5)$, ve kterém jsou prvočísla: **2, 3, 5, 7, 11**

Příklad 4 S4

Vyřešte rovnici:

$$\sin\pi - 3\cdot\sin x = \frac{3}{\sqrt{3}}\cdot\cos x$$

Řešení:

$$\sin\pi - 3\cdot\sin x = \frac{3}{\sqrt{3}}\cdot\cos x$$

$$0 - 3\cdot\sin x = \frac{3}{\sqrt{3}}\cdot\cos x$$

$$\frac{sinx}{cosx} = \frac{3}{-3\cdot\sqrt{3}}$$

$$tgx = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$x = 150° + k\cdot 180°$$

Příklad 5 S4

Veršovaná úloha z knihy, kterou napsal ve dvanáctém století našeho letopočtu indický matematik Bhaskara:

Vyletěl zrána houfek včel
nasbírat nektar, zlatý pel.
Tisícem vůní jaro hýří,
za kterou z nich to včelky míří?

Pětina jich si našla hned
jasmínu křehký, vonný květ.
Šeřík včel zvábil třetinu
na připravenou hostinu.

Třemi když rozdíl znásobíš,
těch skupin, které sedly již,
máš počet včel, jež střemcha zve
na přebohaté kvítky své.

Poslední včelka zbývá jen –
vybere si snad skromný rmen,
či v sadu květy jabloně?

A kolik včel těch celkem je?
Spočti je rychle, příteli,
aby se nerozletěly.

<u>Řešení:</u>

Neznámý počet včel označíme x a zapíšeme podmínky rovnicí:

$$x = \frac{x}{5} + \frac{x}{3} + 3\left(\frac{x}{3} - \frac{x}{5}\right) + 1$$

$$15x = 3x + 5x + 15x - 9x + 15$$

$$x = 15$$

Zkouška:

Květ jasmínu:		3 včely
Šeřík:		5 včel
Střemcha:	$3 \cdot (5-3) =$	6 včel
Poslední včela:		1 včela
		15 včel