ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

ALGEBRAICKÝ VÝRAZ

- zápis tvořený z proměnných, konstant a znaků pro algebraické operace (+; −; ·; :), zlomkovou čarou a závorkami, mocninami a odmocninami
- **nulový bod výrazu**
  - hodnota proměnné (zpravidla jediné), pro niž výraz nabývá hodnotu nula, tj. po jejímž dosazení za proměnnou po provedení všech operací dostaneme výsledek 0
- **definiční obor výrazu**
  - množina všech takových čísel, která smíme dosadit za proměnnou tak, abychom dostali smysluplný číselný výraz

OPERACE S MNOHOČLENY

- **sčítání, odčítání**
  - sečíst lze členy, které obsahují stejnou proměnnou ve stejné mocnině, např.

    $(3x^2 - 2x) + (4x^3 + x) = 4x^3 + 3x^2 - x$

    $(2x^2y - 4y) + (5xy + 4x) =$ … žádné členy nelze sečíst
- **násobení**
  - každý člen jednoho mnohočlenu násobíme postupně každým členem druhého mnohočlenu a získané součiny (pokud lze) sčítáme, např.

    $(2x - 4) \cdot (x^2 + x) =$

    $= 2x \cdot x^2 + 2x \cdot x + (-4) \cdot x^2 + (-4) \cdot x =$

    $= 2x^3 + 2x^2 - 4x^2 - 4x = 2x^3 - 2x^2 - 4x$
- **dělení mnohočlenu jednočlenem**
  - každý člen jednoho mnohočlenu násobíme postupně každým členem druhého mnohočlenu a získané součiny (pokud lze) sčítáme, např.

    $(6x^3 - 3x^2 + 9x) : (3x) = 2x^2 - x + 3$
- **dělení mnohočlenu mnohočlenem**
  - postupujeme analogicky jako při dělení víceciferných čísel; každý člen děleného mnohočlenu dělíme nejvyšší proměnnou dělitele, např.

    $(u^3 - 4u^2 + 7u - 6) : (u - 2) = u^2 - 2u + 3$

    $-(u^3 - 2u^2)$

    $\overline{\quad -2u^2 + 7u - 6}$

    $-(-2u^2 + 4u)$

    $\overline{\quad 3u - 6}$

    $-(3u - 6)$

    $\overline{\quad 0}$ (zbytek po dělení)

    Dělení má smysl pro $u \neq 2$.

MNOHOČLEN

- součet konečného počtu členů, které jsou tvořeny součinem konstanty a jedné nebo více proměnných, případně mocnin proměnných
  - $3xy + 2x$ je dvojčlen se dvěma proměnnými (x a y)
  - $2x^3 - 3x^2 - 6x + 7$ je čtyřčlen s jednou proměnnou (třetího stupně)
- **mnohočlen stupně n (nebo n-tého stupně)**
  - výraz ve tvaru

    $$a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0,$$

    v němž $a_0, a_1, \dots, a_n$ jsou reálná čísla (konstanty), $a_n \neq 0$; tzv. koeficienty mnohočlenu
  - $5x^4 - 2x^3 + x - 3$ je mnohočlen čtvrtého stupně (proměnné x) s koeficienty $a_4 = 5, a_3 = -2, a_2 = 0, a_1 = 1$ a $a_0 = -3$
- **kvadratický trojčlen**
  - trojčlen stupně 2, obvykle ho zapisujeme ve tvaru

    ▼ lineární člen

    $$ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$$

    kvadratický člen ▲ ▲ konstantní (absolutní) člen
  - reálná čísla a, b, c jsou koeficienty kvadratického trojčlenu
  - pokud $b = 0$, pak mluvíme o kvadratickém dvojčlenu

VZORCE PRO POČÍTÁNÍ S MNOHOČLENY

- **umocnění mnohočlenu**
  - $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
  - $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
  - $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
  - $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
  - $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
- **rozklad mnohočlenů na součin**
  - $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
  - $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
  - $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$
  - $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$
  - $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3$
  - $a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$
  - $a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$

ROZKLAD KVADRATICKÉHO TROJČLENU

- **Viètovy vzorce**
  - $x^2 + px + q = (x - r)(x - s)$,
    kde $r + s = -p$ a $r \cdot s = q$
- **rozklad kvadratického trojčlenu užitím diskriminantu**
  - $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, kde x_1, x_2 jsou kořeny kvadratické rovnice $ax^2 + bx + c = 0$, tedy
    $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, pokud $b^2 - 4ac > 0$
  - $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$,
    kde $x_1 = -\dfrac{b}{2a}$, pokud $b^2 - 4ac = 0$
  - pokud $b^2 - 4ac < 0$, nelze trojčlen v $\mathbb{R}$ rozložit
  - číslo $b^2 - 4ac$ se nazývá diskriminant kvadratické rovnice, značíme D

LOMENÝ VÝRAZ

- zlomek, jehož čitatelem i jmenovatelem jsou mnohočleny
- před úpravami lomeného výrazu je nutné zapsat definiční obor výrazu – jmenovatel zlomku nesmí být roven nule
- **sčítání a odčítání**
  - lomené výrazy převádíme na společného jmenovatele, kterým je (nejmenší) společný násobek všech jmenovatelů
- **násobení**
  - násobíme čitatele čitatelem a jmenovatele jmenovatelem
- **dělení**
  - dělený výraz násobíme převrácenou hodnotou zlomku, kterým dělíme

VÝRAZY S MOCNINAMI

- **mocniny s přirozeným exponentem**
  - pro a reálné a n přirozené je a^n rovno součinu n stejných činitelů, z nichž každý je roven a:
    $$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n}$$
  - a je základ mocniny, n mocnitel, exponent
- **mocnina s celočíselným exponentem**
  - $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ pro $n \in \mathbb{N}$, $a^0 = 1$ pro $a \neq 0$,
    speciálně $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$ pro $a \neq 0$
- **mocnina s racionálním exponentem**
  - $a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$ pro $a > 0$ a $p \in \mathbb{Z}$, $q \in \mathbb{N}$,
    speciálně $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ pro $a \geq 0$

PRAVIDLA PRO POČÍTÁNÍ S MOCNINAMI

- $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$, neboli mocnina součinu je rovna součinu mocnin
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$, neboli mocnina podílu je rovna podílu mocnin
- Pozor – pro součet ani rozdíl analogické pravidlo neplatí:
  - $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, neboli při násobení mocnin se stejným základem se exponenty sčítají
  - $a^m : a^n = a^{m-n}$, neboli při dělení mocnin se stejným základem se exponenty odčítají
  - $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, neboli při umocňování mocniny se exponenty násobí

ODMOCNINA

- **Pravidla pro počítání s odmocninami:**
  - $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, neboli odmocnina ze součinu je rovna součinu odmocnin
  - $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, neboli odmocnina z podílu je rovna podílu odmocnin
- **druhá odmocnina** z nezáporného reálného čísla a je takové nezáporné reálné číslo x, pro které platí $x^2 = a$ ($\sqrt{a} = x \Leftrightarrow x^2 = a$)
  - $\sqrt{a^2} = |a|$, slovy „odmocnina z druhé mocniny reálného čísla je rovna jeho absolutní hodnotě“
- **třetí odmocnina** z nezáporného reálného čísla a je takové nezáporné reálné číslo x, pro které platí $x^3 = a$ ($\sqrt[3]{a} = x \Leftrightarrow x^3 = a$); pro třetí odmocninu je stejným způsobem definována i odmocnina ze záporného čísla
  $$\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} \qquad \sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$$
- ***n*-tá odmocnina** z nezáporného reálného čísla a je takové nezáporné reálné číslo x, pro které platí $x^n = a$ ($\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow x^n = a$)
  $$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \qquad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

DVOJICE ŘEŠENÝCH A NEŘEŠENÝCH ÚLOH

1 **Zjednodušte výraz $2 \cdot a^0 - a^{-2} \cdot (-a)^3$ pro $a \neq 0$.**

$2 \cdot a^0 - a^{-2} \cdot (-a)^3 = 2 \cdot 1 + a^{-2+3} = 2 + a$

1 **Zjednodušte výraz $(-a^2) \cdot a^{-1} + 3a^{-3} \cdot \dfrac{a^6}{a^3}$ pro $a \neq 0$.**

2 **Pro $m > 0$ zapište výraz $\left(\sqrt[3]{m^2} \cdot m\right) : m^{-\frac{1}{3}}$ jako mocninu se základem m.**

$\left(\sqrt[3]{m^2} \cdot m\right) : m^{-\frac{1}{3}} = \left(m^{\frac{2}{3}} \cdot m\right) : m^{-\frac{1}{3}} = m^{\frac{2}{3}+1+\frac{1}{3}} = m^2$

2 **Pro $b > 0$ zapište výraz jako mocninu se základem b.**

$\left[\left(\dfrac{1}{b^3}\right)^2 \cdot \sqrt{b}\right]^{-1}$

3 **Každému výrazu (3.1–3.3) přiřaďte jeho ekvivalentní vyjádření (A–E) pro $x > 0$.**

3.1 $\left(x^{1,5} \cdot \sqrt[4]{x}\right)^{\frac{1}{2}}$ ..A..

3.2 $x^{1,5} \cdot \left(\sqrt[4]{x}\right)^{\frac{1}{2}}$ ..E..

3.3 $\left(x^{1,5}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{x}$ ..B..

A) $\sqrt[8]{x^7}$

B) x

C) $\sqrt[8]{x^9}$

D) $\sqrt[8]{x^{11}}$

E) $\sqrt[8]{x^{13}}$

3.1 $\left(x^{1,5} \cdot \sqrt[4]{x}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(x^{\frac{3}{2}+\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{7}{4} \cdot \frac{1}{2}} = x^{\frac{7}{8}} = \sqrt[8]{x^7}$

3.2 $x^{1,5} \cdot \left(\sqrt[4]{x}\right)^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{1}{8}} = x^{\frac{3}{2}+\frac{1}{8}} = x^{\frac{13}{8}} = \sqrt[8]{x^{13}}$

3.3 $\left(x^{1,5}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{x} = x^{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}} = x$

3 **Každému výrazu (3.1–3.3) přiřaďte jeho ekvivalentní vyjádření (A–E) pro libovolná čísla $a > 0$, $b > 0$.**

3.1 $(ab^2)^2$ ....

3.2 $(ab^2) : (ab)^3$ ....

3.3 $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{ab}$ ....

A) $a^{\frac{5}{6}} b^{\frac{1}{3}}$

B) $a^2 b^4$

C) $\sqrt[5]{a^2 b}$

D) $a^{-2} b^{-1}$

E) ab^4

4 **Vypočtěte, zapište jako mnohočlen a určete koeficient lineárního členu.**

$2(3x - 1)^2 - 5(2x + 1) =$

$= 2 \cdot (9x^2 - 6x + 1) - 10x - 5 =$
$= 18x^2 - 12x + 2 - 10x - 5 = 18x^2 - 22x - 3$

Lineární koeficient je -22.

4 **Vypočtěte, zapište jako mnohočlen a určete koeficient lineárního členu.**

$(-a^3 + 5)^2 =$

5 **Pro $t \in \mathbb{R} \setminus \{-4; 0; 4\}$ zjednodušte výraz $\dfrac{1 - \frac{4}{t}}{4 - \frac{t^2}{4}}$.**

$$= \frac{1 - \frac{4}{t}}{4 - \frac{t^2}{4}} = \frac{\frac{t-4}{t}}{\frac{16 - t^2}{4}} = \frac{t-4}{t} \cdot \frac{4}{(4-t) \cdot (4+t)} =$$

$$= -\frac{4}{t \cdot (4+t)}$$

5 **Pro $k \in \mathbb{R} - \{-3; 0; 3\}$ zjednodušte výraz $\dfrac{\left(2 - \frac{6}{k}\right)}{1 - \frac{k^2}{9}}$.**

6 Zapište výraz $(x-\sqrt{2})^2-(2-\sqrt{2})^2$ ve tvaru součinu.

$(x-\sqrt{2})^2-(2-\sqrt{2})^2=$
$=(x-\sqrt{2}+2-\sqrt{2})(x-\sqrt{2}-2+\sqrt{2})=$
$=(x+2-2\sqrt{2})(x-2)$

6 Zapište výraz $(\sqrt{3}+1)^2-(\sqrt{3}-x)^2$ ve tvaru součinu.

7 Je dán výraz $\dfrac{15-5m}{5\cdot(m-3)^2}$ s reálnou proměnnou m. Kolik z uvedených tvrzení je nepravdivých?

A) Pro $m=56^{17}$ je výraz záporný.
B) Pro $m=56^{-17}$ je výraz kladný.
C) Pro $m=3$ je hodnota výrazu rovna 0.
D) Pro všechna $m\neq 3$ je výraz roven výrazu $\dfrac{1}{3-m}$.
E) Výraz $\dfrac{m-4}{m-3}$ je pro přípustné hodnoty m přesně o 1 větší než daný výraz.

Upravíme daný výraz:

$$\frac{15-5m}{5\cdot(m-3)^2}=\frac{5(3-m)}{5\cdot(3-m)^2}=\frac{1}{3-m}\ \text{pro } m\neq 3$$

A) $\dfrac{1}{3-56^{17}}<0$

B) $\dfrac{1}{3-\dfrac{1}{56^{17}}}=\dfrac{1}{\dfrac{3\cdot 56^{17}-1}{56^{17}}}=\dfrac{56^{17}}{3\cdot 56^{17}-1}>0$

E) $\dfrac{1}{3-m}+1=\dfrac{1+3-m}{3-m}=\dfrac{4-m}{3-m}=\dfrac{m-4}{m-3}$

Nepravdivé tvrzení je jediné, a to C). Pro m = 3 není daný výraz definován.

7 Je dán výraz $\dfrac{9a^2-6a+1}{3a}\cdot\dfrac{1}{3a-1}$ s reálnou proměnnou a. Které tvrzení je pravdivé?

A) Pro $a=\sqrt{19}$ je výraz záporný.
B) Pro $a=\dfrac{1}{24}$ je výraz kladný.
C) Pro $a=\dfrac{1}{3}$ je hodnota výrazu rovna 0.
D) Pro všechna $a\in\mathbb{R}$ je hodnota výrazu rovna -1.
E) Pro všechna $a\in\mathbb{R}\setminus\left\{0;\dfrac{1}{3}\right\}$ je roven výrazu $1-\dfrac{1}{3a}$.

8 Rozložte výraz $\dfrac{k^2}{3}-12l^2$ na součin.

$$\frac{k^2}{3}-12l^2=3\left(\frac{k^2}{9}-4l^2\right)=3\left(\frac{k}{3}-2l\right)\left(\frac{k}{3}+2l\right)$$

8 Ke každému výrazu (8.1–8.3) přiřaďte výraz (A–E), který je mu roven pro všechny hodnoty proměnných k, l.

8.1 $4\left(\dfrac{k}{2}-l\right)^2$ ....

8.2 $4\left(\dfrac{k}{2}-l\right)\left(\dfrac{k}{2}+l\right)$ ....

8.3 $2\left(\dfrac{k}{2}-l\right)(k+l)$ ....

A) $4k^2-16l^2$
B) k^2-4l^2
C) $2k^2-2kl+4l^2$
D) $k^2-4kl+4l^2$
E) $k^2-kl-2l^2$

NEJČASTĚJŠÍ CHYBY U MATURITNÍ ZKOUŠKY

1 **Pro $n\in\mathbb{N}$ upravte do tvaru trojčlenu:** MZ 2020

1.1 $(\sqrt{3}\cdot n+\sqrt{7})\cdot(\sqrt{3}\cdot n-\sqrt{7})-n\cdot\sqrt{5}=$

1.2 $n\cdot\sqrt{27}-(n\cdot\sqrt{3}+4)^2=$

1.1 $(\sqrt{3}\cdot n+\sqrt{7})\cdot(\sqrt{3}\cdot n-\sqrt{7})-n\cdot\sqrt{5}=$
$=(\sqrt{3}n)^2-(\sqrt{7})^2-n\sqrt{5}=$
$=3n^2-7-\sqrt{5}n$

1.2 $n\cdot\sqrt{27}-(n\cdot\sqrt{3}+4)^2=$
$=3\sqrt{3}n-(3n^2+2\cdot 4\cdot\sqrt{3}n+16)=$
$=3\sqrt{3}n-3n^2-8\sqrt{3}n-16=$
$=-3n^2-5\sqrt{3}n-16$

Použijeme vzorce pro mocninu součtu (rozdílu) a pro rozdíl druhých mocnin: $(A\pm B)^2=A^2\pm 2AB+B^2$, $(A-B)\cdot(A+B)=A^2-B^2$.
Použijeme vztah $(\sqrt{a})^2=a$.
1.2 Pro úpravu využijeme částečné odmocňování.
Příklad lze řešit i jinými způsoby.

Pozor na pořadí početních operací. Pozor na správné umocnění součtu, viz vzorce výše.
Pokud je před závorkou minus, mění se znaménka u všech členů závorky.

---

2 **Hodnota výrazu $V(b)=\dfrac{(b^2-9)(b+5)^2(b+2)}{(b^2-4)(b-3)^2}$ je rovna nule pro:** MZ 2021

A) alespoň čtyři celá čísla.
B) právě jedno celé číslo.
C) právě dvě celá kladná čísla.
D) právě dvě celá záporná čísla.
E) právě tři celá čísla.

Podmínky: $b\neq 2$; $b\neq -2$; $b\neq 3$

$$V(b)=\frac{(b^2-9)(b+5)^2(b+2)}{(b^2-4)(b-3)^2}=\frac{(b-3)(b+3)(b+5)^2(b+2)}{(b-2)(b+2)(b-3)^2}=\frac{(b+3)(b+5)^2}{(b-2)(b-3)}=0$$

$b+3=0$ $\quad$ $b+5=0$
$b=-3$ $\quad$ $b=-5$

možnost D)

Nejprve určíme podmínky, za kterých lomený výraz existuje – ve jmenovateli zlomku nesmí být nula!
Výraz rozložíme (použijeme vzorec pro rozdíl druhých mocnin) a zkrátíme.
Zlomek je roven nule, je-li jeho čitatel roven nule. Řešíme tedy rovnici v součinovém tvaru.

Výraz musíme napřed rozložit a zkrátit. Popř. musíme zajistit, aby ve jmenovateli zlomku nebyla nula.
Roznásobením výrazu v čitateli není příklad řešitelný.

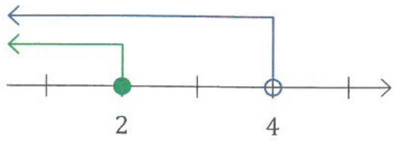
3 **Určete všechny hodnoty $d \in \mathbb{R}$, pro které má výraz smysl.** MZ 2020

$$\frac{\sqrt{2-d}}{\sqrt{4-d}}$$

$2-d \geq 0 \quad \wedge \quad 4-d > 0$

$-d \geq -2 \qquad\quad -d > -4$

$d \leq 2 \qquad\qquad d < 4$



$d \in (-\infty; 2\rangle$

Druhá odmocnina je definovaná pro čísla $x \in \mathbb{R}_0^+$. Odmocnit lze tedy číslo větší nebo rovno nule (tj. $x \geq 0$).

Příklad lze řešit i jinými způsoby.

Musíme si uvědomit, že ve jmenovateli zlomku nesmí být číslo 0!

Pozor na řešení nerovnice – pokud nerovnici násobíme nebo dělíme záporným číslem, obrací se znaménko nerovnosti.

Je třeba si uvědomit, že obě podmínky musí platit současně! Děláme tedy jejich průnik.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Na meteorologické stanici sledovali tři měsíce množství srážek v dané oblasti. Z měření plyne, že první měsíc napršelo o čtvrtinu více srážek než třetí měsíc a druhý měsíc třikrát více než první měsíc.

4 **Vypočtěte, kolik % z celkového množství srážek napršelo třetí měsíc.** MZ 2021
(Výsledek zaokrouhlete na desetiny.)

1. měsíc .... $x + \frac{1}{4}x = \frac{5}{4}x$

2. měsíc .... $3 \cdot \frac{5}{4}x = \frac{15}{4}x$

3. měsíc x

Celkem: $\frac{5}{4}x + \frac{15}{4}x + x = \frac{5+15+4}{4}x = \frac{24}{4}x = 6x$

$\Rightarrow \frac{\text{3. měsíc}}{\text{celek}} = \frac{x}{6x} = \frac{1}{6} \doteq 0{,}167 = 16{,}7\ \%$

Uděláme zápis, ve kterém si jako neznámou zvolíme množství srážek ve 3. měsíci. Všechny ostatní údaje vyjádříme pomocí této neznámé.

Je třeba si vypočítat celkové množství srážek (v závislosti na proměnné x, která představuje 100 %) a zjistit hledaný počet procent pro množství srážek za 3. měsíc.

Pozor na správné zaokrouhlení výsledku.

---

5 **Pro všechny kladné reálné hodnoty veličin x, y, z ($y \neq 0$) platí:** MZ 2020

$x : y = 9 : 5$

$z = \frac{1}{x} + 2y$

Vyjádřete co nejjednodušším způsobem veličinu z, tedy pouze v závislosti na veličině y.

$x : y = 9 : 5 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{y} = \frac{9}{5}$

$x = \frac{9}{5}y$

$z = \frac{1}{\frac{9y}{5}} + 2y = \frac{5}{9y} + 2y = \frac{5 + 18y^2}{9y}$

Veličiny x a z vyjádříme pomocí neznámé y.

Z první rovnice vyjádříme veličinu x a dosadíme do druhé rovnice. Výraz upravíme.

Platí: $a : b = \frac{a}{b}$.

Pozor na správný zápis výrazu: $\frac{9}{5}y = \frac{9y}{5} \neq \frac{9}{5y}$.

ÚLOHY K PROCVIČENÍ

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Je dán výraz $\frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$.

1 **Vypočtěte hodnotu tohoto výrazu pro $x = \frac{1}{2}$. Uveďte celý postup řešení a výsledek zapište desetinným číslem.**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Je dán výraz $\frac{x}{x+2} - \frac{x}{x-2}$. Označme A hodnotu tohoto výrazu pro $x = -3$ a B hodnotu tohoto výrazu pro $x = 1$.

2 **O kolik procent je hodnota A větší než hodnota B? Uveďte celý postup řešení.**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

Je dán výraz $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - x - 6}$.

3 **Určete pro které $x \in \mathbb{R}$ nabývá výraz hodnoty 2. Uveďte celý postup řešení.**

---

4 **Určete, pro která x je výraz definován. Přiřaďte ke každému výrazu (4.1–4.3) podmínku z nabídky (A–E).**

4.1 $\frac{x}{x^2 - 1}$ ....

4.2 $\frac{\frac{x-1}{x}}{x+1}$ ....

4.3 $\frac{\frac{x+1}{x-1}}{x}$ ....

A) $x \neq 0$

B) $x \neq \pm 1$

C) $x \neq 0 \wedge x \neq 1$

D) $x \neq 0 \wedge x \neq -1$

E) $x \neq 0 \wedge x \neq \pm 1$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

Je dán výraz $(a^2 - 2)^2 - (4 - a^2)^2 - 4$.

5 **Výraz upravte a výsledek zapište ve tvaru součinu. Uveďte celý postup řešení.**

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

V kinosále multikina je celkem p míst k sezení, která jsou rozdělena do tří kategorií podle ceny lístků. V kategorii A je celkem 30 % všech sedadel v sále a lístek stojí x Kč, v kategorii B je 50 % sedadel a lístek stojí o polovinu více než v kategorii A. V poslední kategorii C jsou všechna zbývající sedadla v sále a lístek stojí dvakrát tolik jako v kategorii B.

6 Který z následujících výrazů udává vzorec pro výpočet tržby v kinosále, jestliže se prodají lístky na všechna sedadla?

A) $1{,}1px$
B) $1{,}65px + 0{,}2x$
C) $1{,}2px + 0{,}2x$
D) $1{,}65px$
E) $2{,}2px$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 7

Je dán výraz $(a+2)^3 + (a-2)^3$.

7 Výraz upravte a výsledek zapište ve tvaru součinu. Uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 8

Je dán výraz $3a^2x - 6ax - 2a^2y + 4ay$.

8 Výraz rozložte na součin. Uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

Jsou dány mnohočleny $A(x) = x^3 + 3x^2 - x - 6$ a $B(x) = x^2 + x - 3$.

9 Které z následujících tvrzení je správné?

A) $A(x) = (x+1) \cdot B(x)$
B) $A(x) = (x+2) \cdot B(x)$
C) $A(x) = (x+3) \cdot B(x)$
D) $A(x) = (x-1) \cdot B(x)$
E) $A(x) = (x-2) \cdot B(x)$

10 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (10.1–10.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
10.1	Výraz $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$ je druhou mocninou dvojčlenu.	☐	☐
10.2	Výraz $(3x+3)^2 + (4x+4)^2$ druhou mocninou dvojčlenu.	☐	☐
10.3	Výraz $(x+2)^2 - (x-2)^2$ je druhou mocninou dvojčlenu.	☐	☐
10.4	Výraz $(x+2)^2 + 2x + 5$ je druhou mocninou dvojčlenu.	☐	☐

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

Je dána rovnice $\left[(x+2)^2 - A^2(x)\right]^2 = 36x^2 + 36x + 9$.

11 Určete výraz $A(x)$, aby nastala rovnost.

A) $x+3$
B) $x+2$
C) $x+1$
D) $x-1$
E) $x-2$

12 Určete, za jakých podmínek je výraz $\left(\frac{x}{x+2} + \frac{x}{x-2}\right)\left(x - \frac{4}{x}\right)$ definován, a poté ho upravte na co nejjednodušší tvar.

13 Určete, za jakých podmínek je výraz $\left(\frac{1}{a+1} - \frac{2a}{a^2-1}\right)\left(\frac{1}{a} - 1\right)$ definován, a poté ho upravte na co nejjednodušší tvar.

14 Určete, za jakých podmínek je výraz $\dfrac{1 + \frac{1}{a-2}}{a - \frac{1}{2-a}}$ definován, a poté ho upravte na co nejjednodušší tvar.

15 Výraz $1 + \dfrac{1}{1 + \frac{1}{a-1}}$ je po úpravě roven:

A) $\frac{1}{a}$
B) $\frac{2a-1}{a}$
C) $\frac{a}{2a-1}$
D) $-\frac{1}{a}$
E) $\frac{1-2a}{a}$

16 Který z následujících výrazů <u>není</u> definován pro $x = \pm 2$?

A) $\dfrac{x-2}{1+\frac{2}{x}}$
B) $\dfrac{x-2}{1+\frac{2}{x+2}}$
C) $\dfrac{x+2}{1+\frac{4}{x-2}}$
D) $\dfrac{x-2}{1-\frac{2}{x+2}}$
E) $\dfrac{x-2}{1-\frac{2}{x}}$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Je dány výrazy $A = \frac{1}{a+1} + \frac{1}{a-1}$ a $B = 1 - \frac{1}{a+1}$.

17 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (10.1–10.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
17.1	Výraz $\frac{A}{B}$ je roven $\frac{2}{a+1}$.	☐	☐
17.2	Výraz $\frac{B}{A} + 1$ je roven $\frac{a+1}{2}$.	☐	☐
17.3	Výraz $A - B$ je roven $\frac{3a - a^2}{a^2 - 1}$.	☐	☐
17.4	Výraz $A + B$ je roven $\frac{1}{a-1}$.	☐	☐

18 Výraz $\frac{x-1}{\sqrt{x}+1} + \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ upravte a výsledek zapište.

19 Výraz $\left(\sqrt{x}\right)^{-1} + \left(\sqrt{x}\right)^{-2}$ upravte a výsledek zapište ve tvaru zlomku bez odmocniny ve jmenovateli. Uveďte celý postup řešení.

20 Pro které hodnoty x je výraz $\left(\sqrt{x} + \sqrt{2^{-1}}\right)$ roven $\sqrt{2}$?

A) $\frac{1}{8}$

B) $\frac{1}{4}$

C) $\frac{1}{2}$

D) 1

E) 2

21 Hodnota výrazu $V = \left(a^{-16}b^{4}\right)^{8}$ je pro a $a = \sqrt{5}$ a $b = 25$ rovna:

A) 1

B) $\sqrt{5}$

C) 5

D) $5\sqrt{5}$

E) 25

22 Přiřaďte ke každému výrazu (22.1–22.3) jeho definiční obor (A–E).

22.1 $\frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{2-x}}$ ....

22.2 $\frac{x+3}{\sqrt{4-x^2}}$ ....

22.3 $\sqrt{1 + \frac{1}{x+1}}$ ....

A) $(-\infty; -2\rangle \cup (-1; \infty)$

B) $(-\infty; -2) \cup \langle -1; \infty)$

C) $(-2; 1)$

D) $(-2; 2)$

E) $\langle -1; 2)$