ROVNICE A NEROVNICE

ROVNICE

- **rovnice s jednou neznámou:** zápis typu $l(x) = p(x)$, kde $l(x)$ a $p(x)$ jsou výrazy obsahující proměnnou x
- **řešit rovnici v dané množině** znamená najít **všechny** hodnoty proměnné x z dané množiny (např. z množiny reálných čísel nebo z množiny celých čísel apod.), po jejichž dosazení do rovnice dostaneme pravdivý výrok (**kořeny rovnice**)
- **definiční obor rovnice** obsahuje **všechny** hodnoty proměnné x z dané množiny, pro které mají výrazy $l(x)$ a $p(x)$ smysl
- **množina všech řešení rovnice:** množina obsahující všechny kořeny rovnice (může obsahovat libovolný konečný nebo nekonečný počet prvků nebo může být i prázdná)
- **Ekvivalentní úpravy rovnice:**
  - úpravy, které nemění množinu všech řešení rovnice
    - výměna stran rovnice
    - nahrazení libovolné strany rovnice jiným výrazem, který je roven původnímu
    - přičtení výrazu, který je definován v celém definičním oboru rovnice, k oběma stranám rovnice
    - vynásobení nebo vydělení obou stran rovnice výrazem, který je definován a je různý od nuly v celém definičním oboru rovnice
- **Další úpravy rovnic:**
  - úpravy, které mohou měnit množinu všech řešení rovnice (můžeme kořeny „přibrat“ nebo ztratit)
    - umocnění obou stran rovnice na druhou je ekvivalentní úpravou, jestliže obě strany rovnice nabývají v celém definičním oboru rovnice jen nezáporných hodnot (není-li zaručeno, že ani jedna strana rovnice není záporná, umocnění není ekvivalentní úpravou a zkouška je pak nutnou součástí řešení rovnice)
    - odmocnění obou stran rovnice je ekvivalentní úpravou, jestliže obě strany rovnice nabývají v celém definičním oboru rovnice jen nezáporných hodnot (není-li zaručeno, že ani jedna strana rovnice není záporná, odmocnit nelze)
  - pozor na „dělení nulou“ – dělení rovnice výrazem, který může v definičním oboru rovnice nabývat hodnoty nula

NEROVNICE

- **nerovnice s jednou neznámou:** zápis typu $l(x) > p(x)$, $l(x) \geq p(x)$, $l(x) < p(x)$ nebo $l(x) \leq p(x)$, kde $l(x)$ a $p(x)$ jsou výrazy obsahující proměnnou x
- **řešit nerovnici v dané množině** znamená najít **všechny** hodnoty proměnné x z dané množiny, po jejichž dosazení do nerovnice dostaneme pravdivý výrok
- **definiční obor nerovnice** obsahuje **všechny** hodnoty proměnné x z dané množiny, pro které mají výrazy $l(x)$ a $p(x)$ smysl
- **Ekvivalentní úpravy nerovnic:**
  - nahrazení libovolné strany nerovnice jiným výrazem, který je roven původnímu
  - přičtení výrazu, který je definován v celém definičním oboru nerovnice, k oběma stranám nerovnice
  - vynásobení obou stran nerovnice výrazem, který v celém definičním oboru nerovnice nabývá pouze kladné hodnoty
  - vynásobení obou stran nerovnice výrazem, který v celém definičním oboru nerovnice nabývá pouze záporné hodnoty a současné obrácení znaku nerovnosti
  - umocnění obou stran nerovnice na druhou, jestliže obě strany nerovnice nabývají v celém definičním oboru nerovnice jen nezáporné hodnoty
  - odmocnění obou stran nerovnice, jestliže obě strany nerovnice nabývají v definičním oboru nerovnice jen nezáporné hodnoty

LINEÁRNÍ ROVNICE A NEROVNICE

- **lineární rovnice s jednou neznámou**
  - rovnice typu $ax + b = 0$, kde a a b jsou reálná čísla
  - může mít jedno řešení (např. $2x - 6 = 0$, $K = \{3\}$), žádné řešení (např. $0 \cdot x - 6 = 0$) nebo nekonečně mnoho řešení (rovnice typu $0 \cdot x = 0$)
- **lineární rovnice se dvěma neznámými**
  - rovnice typu $ax + by = c$, kde a, b, c jsou reálná čísla a $[a, b] \neq [0; 0]$
  - řešit rovnici v dané množině (např. $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{Z}$, apod.) znamená najít všechny uspořádané dvojice $[x; y]$ z dané množiny, po jejichž dosazení do rovnice dostaneme pravdivý výrok
- **soustava dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými**
  - zápis ve tvaru $a_1x + b_1y = c_1$; $a_2x + b_2y = c_2$, kde $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ jsou reálná čísla
  - řešit soustavu v dané množině (např. $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{Z}$, ...) znamená najít všechny uspořádané dvojice $[x; y]$ z dané množiny, po jejichž dosazení do každé z rovnic soustavy dostaneme pravdivý výrok
  - soustava dvou lineárních rovnic o dvou neznámých v $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ může mít jedno nebo žádné nebo nekonečně mnoho řešení
- **Ekvivalentní úpravy pro soustavu lineárních rovnic:**
  - nahrazení libovolné rovnice soustavy rovnicí, která je s ní ekvivalentní
  - nahrazení libovolné rovnice soustavy součtem této rovnice a libovolné jiné rovnice soustavy
  - dosazení neznámé nebo výrazu s neznámou z jedné rovnice soustavy do jiné rovnice soustavy
  - užíváme-li jen ekvivalentní úpravy, není zkouška nutná
- **Metody řešení soustavy lineárních rovnic:**
  - sčítací
  - dosazovací
  - grafické řešení (soustavy dvou rovnic o dvou neznámých)
- **soustava lineárních nerovnic s jednou neznámou**
  - zápis ve tvaru
    $l_1(x) > p_1(x)$; $l_2(x) > p_2(x)$ ... $l_n(x) > p_n(x)$, kde $l_i(x)$ a $p_i(x)$ jsou výrazy obsahující proměnnou x a znak $>$ může být nahrazen kterýmkoli ze znaků $\geq, <, \leq$
  - řešit soustavu nerovnic v dané množině znamená najít všechny hodnoty proměnné x z dané množiny, po jejichž dosazení do každé z nerovnic dostaneme pravdivý výrok

KVADRATICKÁ ROVNICE

- rovnice typu $ax^2 + bx + c = 0$, kde $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$

Řešení kvadratické rovnice

- **kvadratická rovnice bez absolutního členu**
  - $ax^2 + bx = 0$, $a \neq 0$
  - řešíme vytknutím neznámé x:
    $x(ax + b) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = -\dfrac{b}{a}$
- **kvadratická rovnice bez lineárního členu**
  - $ax^2 + c = 0$, $a \neq 0$
  - převedeme na tvar $x^2 = \dfrac{-c}{a}$
    - pokud $\dfrac{-c}{a} > 0$, pak má rovnice 2 kořeny
      $x_{1,2} = \pm\sqrt{\dfrac{-c}{a}}$
    - pokud $\dfrac{-c}{a} = 0$, má rovnice jeden kořen $x = 0$
    - pokud $\dfrac{-c}{a} < 0$, nemá rovnice v $\mathbb{R}$ řešení
- **úplná kvadratická rovnice**
  - $ax^2 + bx + c = 0$, $a, b, c \neq 0$
  - označíme $D = b^2 - 4ac$ (diskriminant kvadratické rovnice)
    - $D > 0$: má kvadratická rovnice dva kořeny
      $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
    - $D = 0$: má kvadratická rovnice jeden kořen
      $x = -\dfrac{b}{2a}$
    - $D < 0$: nemá kvadratická rovnice žádný reálný kořen

KVADRATICKÁ NEROVNICE

- nerovnice typu $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$, $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c \leq 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$

Řešení kvadratické nerovnice

- vypočítáme diskriminant $D = b^2 - 4ac$
  - $D > 0$: nerovnici zapíšeme ve tvaru $a(x - x_1)(x - x^2) * 0$ (kde $*$ je některý ze znaků nerovnosti a x_1, x_2 kořeny kvadratické rovnice $ax^2 + bx + c = 0$) a řešíme užitím pravidla pro znaménko součinu
  - $D = 0$: nerovnici zapíšeme ve tvaru $a(x - x_1)^2 * 0$ (kde $*$ je některý ze znaků nerovnosti a x_1 kořen kvadratické rovnice $ax^2 + bx + c = 0$) a řešíme užitím pravidla pro znaménko součinu
  - $D < 0$: kvadratický trojčlen na levé straně nerovnice nelze rozložit na součin a kvadratická nerovnice nemá žádné řešení nebo jejím řešením v $\mathbb{R}$ je množina všech reálných čísel

DVOJICE ŘEŠENÝCH A NEŘEŠENÝCH ÚLOH

1 **Řešte nerovnici v $\mathbb{R}$, řešení zapište užitím intervalu.**

$6x - 17 \geq -\dfrac{12}{x}$

$x \neq 0$, $D = \mathbb{R} - \{0\}$

$6x - 17 \geq -\dfrac{12}{x} \qquad \Big| + \dfrac{12}{x}$

$6x - 17 + \dfrac{12}{x} \geq 0$

$\dfrac{6x^2 - 17x + 12}{x} \geq 0$

$\dfrac{6\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{4}{3}\right)}{x} \geq 0$

$x \in \left(0; \dfrac{4}{3}\right\rangle \cup \left\langle \dfrac{3}{2}; \infty\right)$ nebo také $K = \left(0; \dfrac{4}{3}\right\rangle \cup \left\langle \dfrac{3}{2}; \infty\right)$

1 **Určete množinu všech řešení nerovnice $x - 2 > \dfrac{3}{x}$.**

A) $(3; \infty)$
B) $(-1; 0) \cup (3; \infty)$
C) $(-1; 3)$
D) $(-\infty; -1) \cup (3; \infty)$
E) $(-\infty; -3) \cup (1; \infty)$

2 **Řešte nerovnici v $\mathbb{R}$.**

$\dfrac{x-1}{6} > \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}x + \dfrac{2-x}{4}\right)$

$\dfrac{x-1}{6} > \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}x + \dfrac{2-x}{4}\right) \qquad | \cdot 6$

$x - 1 > x + 3 \cdot \dfrac{2-x}{4} \qquad | \cdot 4$

$4x - 4 > 4x + 6 - 3x \qquad | + 4 - x$

$3x > 10 \qquad | : 3$

$x > \dfrac{10}{3}$

$K = \left(\dfrac{10}{3}; \infty\right)$

2 **Řešte nerovnici v $\mathbb{R}$.**

$\dfrac{3}{2}(5x - 4) \leq 7x - 1$

3 **V oboru $\mathbb{R}$ stanovte podmínky a řešte rovnici.**

$\dfrac{3 - 2x}{2x^2 - 6x} + \dfrac{1}{2x - 6} = \dfrac{1}{3}$

$x \neq 0$, $x \neq 3$, $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$

$\dfrac{3 - 2x}{2x^2 - 6x} + \dfrac{1}{2x - 6} = \dfrac{1}{3}$

$\dfrac{3 - 2x}{2x(x - 3)} + \dfrac{1}{2(x - 3)} = \dfrac{1}{3} \qquad | \cdot 6x(x - 3)$

$3(3 - 2x) + 3x = 2x^2 - 6x$

$9 - 6x + 3x = 2x^2 - 6x \qquad | - 2x^2 + 6x$

$2x^2 - 3x - 9 = 0$

$D = 9 + 72 = 81 \rightarrow x_{1,2} = \dfrac{3 \pm 9}{4}$

$x_1 = 3 \notin D$, $x_2 = -\dfrac{3}{2}$

$K = \left\{-\dfrac{3}{2}\right\}$

3 **Určete podmínky a řešte rovnici.**

$\dfrac{3}{3 - x} + \dfrac{x^2}{x^2 - 6x + 9} = 1$

4 **Irena a Mirka společně otrhají keř rybízu za 12 minut. Kdyby pracovaly každá sama, Irena by potřebovala k otrhání jednoho keře o 10 minut více než Mirka. Užitím rovnice nebo soustavy rovnic vypočtěte, kolik času potřebuje Irena k otrhání rybízového keře.**

x .... počet minut, které potřebuje Mirka ($x > 0$)

$x + 10$ ... počet minut, které potřebuje Irena

Mirka za 1 minutu otrhá $\frac{1}{x}$ keře.

Irena za minutu otrhá $\frac{1}{x+10}$ keře.

Společně za 1 minutu otrhají $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10}$ keře.

Společně za 1 minutu otrhají $\frac{1}{12}$ keře.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{12}$$

$$12(x+10) + 12x = x(x+10)$$

$$12x + 120 + 12x = x^2 + 10x$$

$$x^2 - 14x - 120 = 0$$

$$D = 196 + 480 = 676 \rightarrow x_{1,2} = \frac{14 \pm 26}{2}$$

$$x_1 = 20, x_2 = -6 < 0$$

$$x_1 + 10 = 20 + 10 = 30$$

Irena otrhá keř za 30 minut.

4 **Šest pracovníků plánovalo splnit určitý úkol za 18 dní. Po dvanácti dnech práce dva z pracovníků onemocněli. Užitím rovnice nebo soustavy rovnic určete, po kolika dnech od začátku práce bude úkol splněn.**

5 **Řešte rovnici.**

$27 - [6 + 4x(2x+5)] = 2x(-4x-3)$

$$27 - [6 + 4x(2x+5)] = 2x(-4x-3)$$

$$27 - 6 - 8x^2 - 20x = -8x^2 - 6x$$

$$21 = 14x$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$K = \left\{\frac{3}{2}\right\}$$

5 **Najděte kořen rovnice.**

$2[x - (3x+7)] - (5x^2 + 8x) = 5x(2-x) - 11$

O každém tvrzení (5.1–5.4) rozhodněte, zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
5.1	Kořen rovnice je racionální číslo.	☐	☐
5.2	Kořen rovnice je záporné číslo.	☐	☐
5.3	Kořen rovnice je menší než 1.	☐	☐
5.4	Kořen rovnice je větší než $-\frac{5}{23}$.	☐	☐

6 **Určete reálné číslo k tak, aby daná rovnice měla dvojnásobný kořen.**

$x^2 - 6x + 5k - 1 = 0$

Kvadratická rovnice má dvojnásobný kořen, pokud je její diskriminant roven nule.

$D = b^2 - 4ac = 36 - 4 \cdot 1 \cdot (5k - 1) = 40 - 20k$

$D = 0 \Leftrightarrow k = 2$

6 **Určete, které z uvedených čísel je větším z kořenů rovnice $2x^2 = 7x - 3$.**

A) -3

B) $-0{,}5$

C) $0{,}5$

D) 3

E) 6

NEJČASTĚJŠÍ CHYBY U MATURITNÍ ZKOUŠKY

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Na výstavu přišlo během tří dní celkem 3 444 lidí. V sobotu přišlo o 40 % více lidí než v pátek. Aritmetický průměr návštěvnosti v sobotu a neděli je o 60 % větší než počet návštěvníků, kteří přišli v pátek.

1 **Vypočtěte, kolik návštěvníků přišlo na výstavu v neděli. Uveďte celý postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď). MZ 2021

Pátek............x

Sobota ....$1{,}4x$

Neděle ....y

Celkem..........3 444 lidí

$$\begin{aligned} x + 1{,}4x + y &= 3\,444 \\ \frac{1{,}4x + y}{2} &= 1{,}6x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2{,}4x + y &= 3\,444 \\ 1{,}4x + y &= 3{,}2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2{,}4x + y &= 3\,444 \\ -1{,}8x + y &= 0 \qquad | \cdot (-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2{,}4x + y &= 3\,444 \\ 1{,}8x - y &= 0 \end{aligned}$$

$$4{,}2x = 3\,444$$

$$x = 820 \quad \Rightarrow \quad 1{,}8 \cdot 820 - y = 0$$

$$1\,476 = y$$

V neděli přišlo 1 476 návštěvníků.

V prvé řadě je třeba důkladně si přečíst text slovní úlohy a zvolit neznámou (popř. více neznámých) a všechny ostatní údaje vyjádřit pomocí ní. V tomto případě si jako neznámou zvolíme počet návštěvníků v pátek a pomocí něj vyjádříme sobotní počet. Jako druhou neznámou si stanovíme nedělní počet. Sestavíme rovnici (nebo soustavu rovnic) a vypočítáme.

Na základě důkladné četby zadání je třeba si správně zvolit neznámé.
Aritmetický průměr je součet všech hodnot vydělený jejich počtem.
Pozor na odpověď na položenou otázku.

2 **Je dán výraz:** MZ 2020

$$\frac{-2}{4y+6}.$$

Určete všechna $y \in \mathbb{R}$, pro která je daný výraz záporný.

$$\frac{-2}{4y+6} < 0$$

$$4y + 6 > 0$$

$$4y > -6$$

$$y > -\frac{3}{2} \qquad y \in \left(-\frac{3}{2}; \infty\right)$$

Nejprve zapíšeme podmínky řešitelnosti (ve jmenovateli zlomku nesmí být nula).
Sestavíme nerovnici podle zadání.
Protože v čitateli je záporné číslo, musí být ve jmenovateli číslo kladné – pak bude výsledkem záporné číslo $\left(\frac{+}{-} < 0\right)$.
Nerovnici v podílovém tvaru řešíme porovnáním znamének čitatele a jmenovatele.
Výsledek zapíšeme intervalem.

Jmenovatel zlomku musí být číslo různé od nuly. Pozor tedy na otevřený/uzavřený interval řešení.
Nula není záporné číslo.

3 **Přiřaďte ke každé nerovnici (3.1–3.4) množinu všech jejich řešení (A–F) v oboru $\mathbb{R}$.** MZ 2020 2021

3.1 $(x-4)\cdot(x+5)\geq 0$ ....

3.2 $\dfrac{x-5}{4-x}\leq 0$ ....

3.3 $\dfrac{(x-4)^2}{x+5}\geq 0$ ....

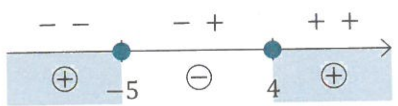
3.4 $\dfrac{(x-5)(x-4)}{x-5}\geq 0$ ....

A) $(-5;\infty)$
B) $(-\infty;-5)\cup\langle 4;\infty)$
C) $(-\infty;4)\cup\langle 5;\infty)$
D) $\langle 4;\infty)$
E) $(-\infty;4)\cup(5;\infty)$
F) $\langle 4;5)\cup(5;\infty)$

3.1 $(x-4)\cdot(x+5)\geq 0$

$x_1=4 \quad x_2=-5$

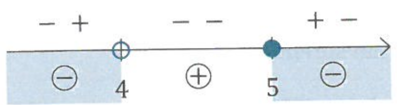
$x\in(-\infty;-5\rangle\cup\langle 4;\infty) \longrightarrow$ B)



3.2 $\dfrac{x-5}{4-x}\leq 0$

$x_1=5 \quad x_2=4$

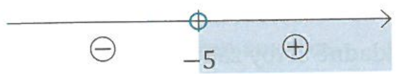
$x\in(-\infty;4)\cup\langle 5;\infty) \longrightarrow$ C)



3.3 $\dfrac{(x-4)^2}{x+5}\geq 0$

$x_1=4 \quad x_2=-5$

$x\in(-5;\infty) \longrightarrow$ A)



3.4 $\dfrac{\cancel{(x-5)}(x-4)}{\cancel{x-5}}\geq 0$

$x-4\geq 0 \quad \wedge \quad x\neq 5$

$x\geq 4$

$x\in\langle 4;5)\cup(5;\infty) \longrightarrow$ F)

Nerovnice v součinovém tvaru řešíme porovnáním znamének jednotlivých činitelů součinu nebo podílu. Zjednodušeně platí: součin/podíl dvou kladných čísel je kladné číslo, dvou záporných čísel je kladné číslo, součin/podíl dvou čísel s opačnými znaménky je záporné číslo.

3.1 a 3.2 Dva nulové body rozdělí všechna reálná čísla na tři dílčí intervaly.

3.4 Jeden nulový bod rozdělí množinu reálných čísel na dva dílčí intervaly. V nich pak hledáme výsledné znaménko.

Příklad lze řešit i jinými způsoby.

Nerovnice v podílovém tvaru řešíme pomocí nulových bodů a porovnáním znamének, není možné vynásobením odstranit zlomek.

Jmenovatel zlomku musí být číslo různé od nuly. Pozor tedy na otevřené a uzavřené intervaly řešení.

$\langle 4;5)$ – číslo 4 do intervalu patří, číslo 5 nepatří

3.3 Čitatel je vždy větší nebo roven nule, tudíž stačí řešit pouze jmenovatele.

4 **V oboru $\mathbb{R}$ řešte rovnici. Uveďte celý postup řešení.** MZ 2019

$-\dfrac{6+2x}{5-x}=x\cdot\left(2-\dfrac{x+5}{5-x}\right)$

Podmínka: $x\neq 5$

$-\dfrac{6+2x}{5-x}=x\cdot\left(2-\dfrac{x+5}{5-x}\right)$

$-\dfrac{6+2x}{5-x}=2x-\dfrac{x\cdot(x+5)}{5-x} \qquad |\cdot(5-x)$

$-(6+2x)=2x\cdot(5-x)-x\cdot(x+5)$

$-6-2x=10x-2x^2-x^2-5x$

$0=-3x^2+7x+6$

$D=b^2-4ac=7^2-4\cdot(-3)\cdot 6=121$

$x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\dfrac{-7\pm\sqrt{121}}{2\cdot(-3)}= \quad x_1=-\dfrac{2}{3} \quad x_2=3$

$K=\left\{-\dfrac{2}{3};3\right\}$

Jelikož je neznámá ve jmenovateli, stanovíme podmínky řešitelnosti. Výraz ve jmenovateli zlomku se nesmí rovnat nule.

Roznásobíme závorku a poté odstraníme zlomky. Po úpravě vyřešíme kvadratickou rovnici.

Zkontrolujeme, zda kořeny vyhovují podmínkám stanoveným na začátku.

Nesmíme zapomenout určit si podmínky.

Pozor na znaménka při odstraňování zlomků. Je-li před zlomkem minus, mění se při odstraňování zlomku znaménka u všech členů čitatele. Je vhodné odstraňovat postupně pomocí závorek.

Při násobení mnohočlenu jednočlenem násobíme všechny členy mnohočlenu.

5 **V oboru $\mathbb{R}$ řešte.** MZ 2021

$\dfrac{x^2+3x}{2x}\leq 0$

Podmínka: $x\neq 0$

$\dfrac{x^2+3x}{2x}\leq 0$

$\dfrac{x(x+3)}{2x}\leq 0$

$\dfrac{x+3}{2}\leq 0$

$x+3\leq 0$

$x\leq -3 \qquad x\in(-\infty;-3\rangle$

Nejprve zapíšeme podmínky řešitelnosti.

Rozložíme výraz v čitateli na součin a poté zkrátíme. Po zkrácení dořešíme lineární nerovnici a výsledek zapíšeme intervalem.

Lomený výraz na levé straně nerovnice před řešením upravíme a zkrátíme.

Ve jmenovateli zlomku musí být číslo různé od nuly!

ÚLOHY K PROCVIČENÍ

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Je dána rovnice $3x + 2y = 5$ a uspořádané dvojice $[x; y] = [3; a]$, $[x; y] = [b; 4]$, které jsou jejím řešením.

1 Vypočtěte hodnotu součinu $a \cdot b$. Uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 2

Je dána rovnice $\frac{x^2 - 3}{\sqrt{x} - 1} = \frac{x}{2}$ s neznámou $x \in \mathbb{R}$.

2 Která z následujících hodnot je řešením této rovnice?

A) 10
B) 5
C) 4
D) 2
E) 1

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

Tři deváté třídy ve škole Dobrá nálada navštěvují dívky a 35 chlapců. Všechny dívky prospívají, z chlapců prospívá jen 32.

3 Kolik dívek chodí do deváté třídy ve škole Dobrá nálada, jestliže všech prospívajících žáků v devátých třídá je 96 %? Uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Naplněný plechový sud s vodou váží 135 kg. Po odčerpání 20 % vody a třetiny zbytku vody klesla jeho hmotnost na 79 kg.

4 Jaká byla hmotnost vody, která byla původně v sudu? Uveďte celý postup řešení.

5 Ze vzorce $p = p_1[1 + \alpha(t - t_1)]$ vyjádřete veličinu t. Uveďte celý postup řešení.

6 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (6.1–6.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
6.1	Řešením rovnice $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} = 1$ jsou všechna $x \in \mathbb{R}$.	☐	☐
6.2	Řešením rovnice $\frac{x^2 - 4}{x + 2} = 1$ je $x = 3$.	☐	☐
6.3	Řešením rovnice $(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$ jsou všechna $x \in \mathbb{R}$.	☐	☐
6.4	Řešením rovnice $x^2 - 4 = x + 2$ je $x = 3$.	☐	☐

7 Řešte rovnici s neznámou $x \in \mathbb{R}$. Uveďte celý postup řešení.

$$\frac{x}{2} + \frac{x + \frac{x+2}{3}}{3} = 2x - 4$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 8

Je dána soustava rovnic $2x + y = -3$; $x - 2y = -4$, jejímž řešením je uspořádaná dvojice $[x; y]$.

8 Výraz $4x - 3y$ je roven:

A) 5
B) 3
C) −3
D) −11
E) −12

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

Je dána rovnice $(x + 3)^2 - 4(x - 1)^2 - 2x = -3(x - 2)^2 + 6x - 1$, jejímž řešením je $x \in \mathbb{R}$.

9 Vyberte správné tvrzení.

A) x je nekladné číslo.
B) x je nejmenší prvočíslo.
C) x je dělitelem čísla 6.
D) x je sudé číslo.
E) x je není prvočíslo.

10 Řešte rovnici $\frac{2}{x} - \frac{x}{x + 1} = \frac{3x + 2}{x^2 + x} - 1$ s neznámou $x \in \mathbb{R}$. Uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

Velkou firemní zakázku je schopno vyrobit 6 dělníků za dobu o 150 minut kratší, než kdyby ji vyráběli 4 dělníci.

11 Za jakou dobu by tutéž zakázku vyrobilo 10 dělníků? Uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Čitatel zlomku je o 25 % menší než jmenovatel téhož zlomku. Jestliže k čitateli a jmenovateli tohoto zlomku přičteme číslo 2, bude čitatel menší jen o 20 %.

12 O jaký zlomek se jedná? Uveďte celý postup řešení a zlomek vyjádřete v základním tvaru.

13 Řešte rovnici $\frac{2}{x - 2} + \frac{x}{x + 2} = \frac{3}{x^2 - 4} + 2$ s neznámou $x \in \mathbb{R}$. Uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Je dána rovnice $\frac{x-2}{x+3}=\frac{x-1}{x+9}$, jejímž řešením je $x \in \mathbb{R}$, a rovnice $\frac{y-3}{y+3}=\frac{y-4}{y-1}$, jejímž řešením je $y \in \mathbb{R}$.

14 Nejmenší společný násobek čísel x a y je roven:

A) 20
B) 15
C) 12
D) 6
E) 4

15 Řešte nerovnici $x^2 - 4x + 3 \leq 0$ s neznámou $x \in \mathbb{R}$. Uveďte celý postup řešení a výsledek zapište v intervalu.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Šířka obdélníku je o 17,5 cm větší než jeho délka, obsah tohoto obdélníku je 375 cm^2.

16 Vypočtěte délku úhlopříčky tohoto obdélníků. Uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Součet druhých mocnin tří po sobě jdoucích přirozených čísel je roven desetinásobku největšího z nich.

17 Vypočtěte součet těchto tří čísel. Uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

Je dána rovnice $(x+3)^2 - (3x-1)^2 = 0$, jejímž řešením jsou čísla $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, kde $x_1 < x_2$.

18 Vyberte správné tvrzení.

A) $|x_1| = |x_2|$
B) $|x_1| = 2|x_2|$
C) $|x_2| = 2|x_1|$
D) $|x_1| = 4|x_2|$
E) $|x_2| = 4|x_1|$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 19

Je dána rovnice $x^2 - x - b^2 + 5b = 0$, jejímž řešením jsou čísla $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$.

19 Je-li hodnota x_1 rovna 3, je hodnota x_2 rovna:

A) −3
B) −2
C) 1
D) 2
E) 3

20 Přiřaďte ke každé nerovnici (20.1–20.3) interval (A–E), který je jejím řešením.

20.1 $(x-1)^2 \leq 1$ ....
20.2 $(x+1)^2 \leq 4$ ....
20.3 $(x+1)^2 \leq 9$ ....

A) $\langle -3; 1 \rangle$
B) $\langle -2; 4 \rangle$
C) $\langle 0; 2 \rangle$
D) $\langle -4; 2 \rangle$
E) $\langle 1; 3 \rangle$

21 Řešte soustavu nerovnic s neznámou $x \in \mathbb{R}$. Uveďte celý postup řešení a výsledek zapište pomocí intervalu.

$3(2x-1) - 2(x+3) \leq 5x - 1$
$2(4x-3) - 5(x+2) \geq 4x - 13$

22 Řešte nerovnici s neznámou $x \in \mathbb{R}$. Uveďte celý postup řešení a výsledek zapište pomocí intervalu.

$$\frac{x+1}{x^2-1} \leq 0$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

Je dána rovnice $2(3x-1) - 3[2(x+4) - 3(x-2)] \leq 7(x-5) + 1$ s neznámou $x \in \mathbb{R}$.

23 Součet všech přirozených čísel, která jsou řešením této nerovnice, je roven:

A) 3
B) 6
C) 10
D) 15
E) 21

24 Řešením nerovnice níže s neznámou $x \in \mathbb{R}$ je interval:

$$\frac{2x - \frac{1}{3}(x+4)}{4} + \frac{3x - \frac{1}{4}(x-2)}{3} \leq \frac{3x+1}{2}$$

A) $\langle -4; \infty)$
B) $\langle -3; \infty)$
C) $\langle -2; \infty)$
D) $\langle 1; \infty)$
E) $\langle 3; \infty)$

25 Přiřaďte ke každé nerovnici s neznámou $x \in \mathbb{R}$ (25.1–25.3) interval (A–E), který je jejím řešením.

25.1 $2(3x-1) - 3(x+2) \leq 4x - 6$ ....
25.2 $4(2x-3) - 2(x+1) \leq 7x - 8$ ....
25.3 $4(3x-2) - 6(x-3) \leq 7x + 15$ ....

A) $\langle -1; \infty)$
B) $\langle -2; \infty)$
C) $\langle -4; \infty)$
D) $\langle -5; \infty)$
E) $\langle -6; \infty)$