III. CVIČNÉ DIDAKTICKÉ TESTY

Didaktický test 1 ★★★★★

Didaktický test obsahuje **26 úloh**; u každé z nich je uvedeno, kolik bodů za ni lze získat. Celkové maximální bodové hodnocení testu je **50 bodů**, přičemž hranice úspěšnosti je **33 %**.

Na vyřešení testu máte celkem **105 minut**. Používat můžete jen **povolené pomůcky** (viz s. 4). Odpovědi vpisujte přímo do testu, případně i do **záznamového archu** (ke stažení na www.didaktis.cz; pokyny k vyplňování najdete na s. 9–10). Komentované řešení testu se nachází na s. 131–142, klíč k úlohám je uveden na s. 167.

1 /viz 1. celek, s. 11/ 1 bod

Jsou dána čísla $-\frac{4}{9}$ a $\frac{1}{5}$.

Určete všechna čísla $x \neq \frac{1}{5}$, jejichž obrazy mají na číselné ose od obrazu čísla $-\frac{4}{9}$ stejnou vzdálenost, jako mají od sebe obrazy čísel $-\frac{4}{9}$ a $\frac{1}{5}$.

Výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.

2 /viz 2. celek, s. 16/ 1 bod

Pro $x = 8$ určete hodnotu výrazu $\dfrac{x^{-1} - \left(\sqrt[3]{x}\right)^{-1}}{x^{-2} + x^{-1}}$.

Výsledek vyjádřete ve tvaru smíšeného čísla.

3 /viz 3. celek, s. 20/ 1 bod

Pro veličiny $x, a, b \in \mathbf{R}$; $x \neq b$ platí $xa - b = ab + 3x$.

Z uvedeného vztahu vyjádřete veličinu a.

4 V rovnoramenném trojúhelníku ABC se základnou AB protíná osa o vnitřního úhlu β při vrcholu B rameno AC v bodě X. Úsečky BA a BX mají stejnou délku.
Určete ve stupních velikost úhlu β.

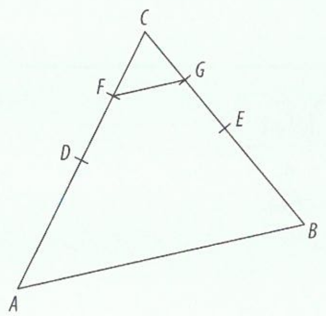
/viz 6. celek, s. 36/ max. 2 body

5 **Pro všechna $x \in \mathbf{R}$ zjednodušte výraz $(x+4)\cdot(4-x)-(2x-1)^2$ a vypočtěte součet koeficientů $a+b+c$ výsledného trojčlenu ax^2+bx+c.**

/viz 2. celek, s. 16/ 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

V rovině je dán trojúhelník ABC a body D, E, které jsou postupně středy úseček AC, BC. Podobně body F, G jsou postupně středy úseček DC, EC.



6 **Vyjádřete poměr obsahů trojúhelníků FGC a ABC v tomto pořadí.**
Poměr uveďte v základním tvaru.

/viz 1. celek, s. 11, a 6. celek, s. 36/ 1 bod

7 Pro $x \in \mathbf{R} \setminus \{-3; 2\}$ je dán výraz $V(x) = \dfrac{x^3-9x}{6-2x-x\cdot(x-1)}$.

/viz 2. celek, s. 16/ max. 3 body

7.1 **Daný výraz zjednodušte.**
V záznamovém archu <u>uveďte celý</u> postup řešení.

7.2 **Určete, pro která x z definičního oboru je výraz roven nule.**

8 **Určete všechna $x \in \mathbf{R}$, pro která je definován výraz $V(x) = \sqrt{\dfrac{x-2}{x+4}-2}$.**
Výsledek zapište intervalem.

/viz 2. celek, s. 16, a 3. celek, s. 20/ max. 2 body

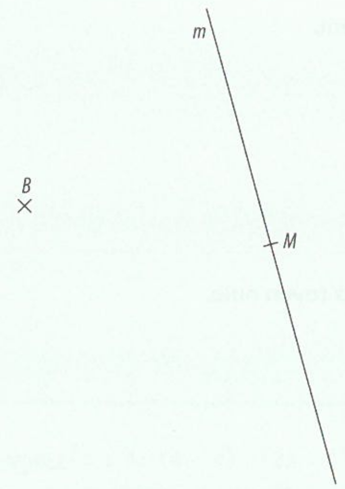
9 Patnáct švadlen mělo do zahájení výstavy ušít 300 kusů stejných šatů. Denní norma je pro všech patnáct švadlen stejná. Kdyby bylo švadlen o 5 méně, musela by být denní norma pro každou švadlenu o dvoje šaty vyšší, aby stihly práci dokončit ve stejném čase.
Určete denní normu pro každou z patnácti švadlen.

/viz 3. celek, s. 20/ max. 2 body

Úvodní informace
Testové úlohy
Cvičné didaktické testy
Klíč k testovým úlohám
Řešení a klíč k didaktickým testům

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině jsou umístěny body *B*, *M* a přímka *m*, přičemž bod *M* leží na přímce *m*.

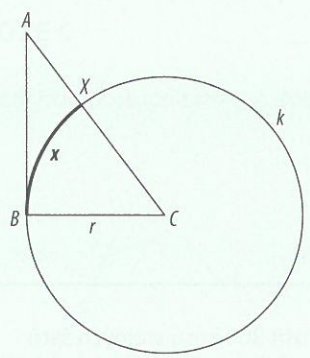


10 **Sestrojte rovnoramenný trojúhelník *ABC* se základnou *AB*, jehož těžiště leží v bodě *M* a jehož těžnice na základnu *AB* leží na přímce *m*.**

/viz 6. celek, s. 36/ max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

V rovině je dán pravoúhlý trojúhelník *ABC* s odvěsnou *AB* délky 8 cm a přeponou *AC* délky 10 cm. Dále je dána kružnice *k*, která má střed v bodě *C* a prochází bodem *B*.



11 **Vypočtěte délku vyznačeného kružnicového oblouku *x* s koncovými body *B*, *X*, který leží uvnitř trojúhelníku *ABC*. Výsledek zaokrouhlete na celé centimetry.**

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

/viz 6. celek, s. 36/ max. 2 body

12 **Pro přípustné hodnoty *x* zjednodušte výraz:**

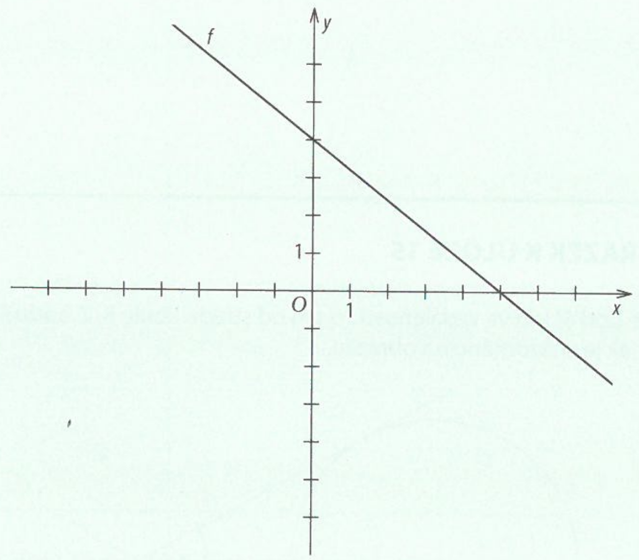
/viz 4. celek, s. 25/ max. 2 body

$$\frac{1}{1-\sin x}-\frac{\sin x}{1+\sin x}-\frac{2}{\cos^2 x}$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Grafem lineární funkce *f* je přímka.

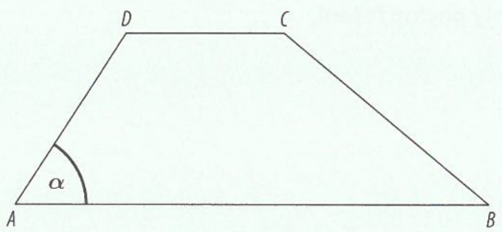


13 **Napište předpis lineární funkce *g*, je-li její graf s grafem funkce *f* středově souměrný podle počátku soustavy souřadnic.**

/viz 4. celek, s. 25/ 1 bod

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

V rovině je dán lichoběžník $ABCD$, kde $AB \parallel CD$, s délkami stran $|AB| = 12$ cm, $|BC| = 7$ cm, $|CD| = 4$ cm, $|AD| = 5$ cm.

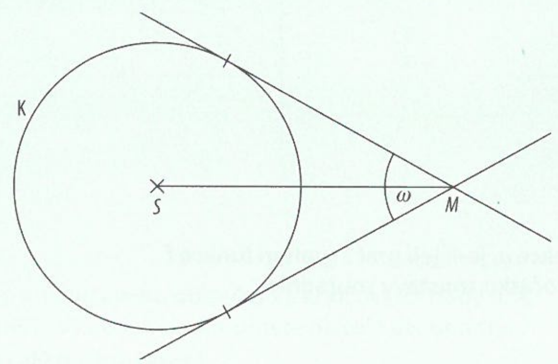


14 **Vypočtěte velikost úhlu α.**
Výsledek zapište ve stupních.

/viz 6. celek, s. 36/ max. 2 body

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 15

Je dána koule K a bod M tak, že bod M leží ve vzdálenosti 15 cm od středu koule K. Z bodu M je koule K vidět pod zorným úhlem o velikosti $\omega = 60°$ tak, jak je znázorněno na obrázku.



15 **Určete objem koule K v litrech.**
Výsledek zaokrouhlete na desetiny litru.

/viz 6. celek, s. 36, a 7. celek, s. 42/ max. 2 body

16 Je dána konečná posloupnost $(a_n)_{n=1}^{4}$. Pro členy posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{4}$ platí: a_2, a_3 jsou rovny kořenům kvadratické rovnice $3x^2 - 19x + 6 = 0$, přičemž $a_2 < a_3$; $a_3 = a_2 + 6 \cdot a_1$; $a_4 = a_3 + 6 \cdot a_2$.

/viz 5. celek, s. 31/ max. 2 body

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
16.1	Druhý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{4}$ je roven číslu 6.	☐	☐
16.2	Čtvrtý člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{4}$ je roven číslu 8.	☐	☐
16.3	Posloupnost $(a_n)_{n=1}^{4}$ je geometrická.	☐	☐
16.4	První člen posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{4}$ je menší než číslo 1.	☐	☐

17 Mzdy tří brigádníků lze vyjádřit podle jejich výkonnosti postupným poměrem 4 : 5 : 6. Nejvýkonnější pracovník obdržel za kalendářní týden hrubou mzdu 5 400 Kč, ze které mu byla stržena 15% daň.
Jaká byla čistá mzda za stejné období nejméně výkonného pracovníka?

/viz 1. celek, s. 11/ 2 body

A) 2 940 Kč
B) 3 060 Kč
C) 3 240 Kč
D) 3 300 Kč
E) 3 600 Kč

18 Pro všechna $x \neq 0$, $x \neq \pm 2$ je dána rovnice $\frac{2}{x^2-4} + \frac{x-4}{x\cdot(x+2)} = \frac{1}{x\cdot(x-2)}$. /viz 3. celek, s. 20/ 2 body

Které z následujících tvrzení je pravdivé?

A) Daná rovnice nemá žádné řešení.
B) Daná rovnice má právě 1 řešení.
C) Daná rovnice má právě 1 kladné a právě 1 záporné řešení.
D) Daná rovnice má právě 2 kladná řešení.
E) Daná rovnice má nekonečně mnoho řešení.

19 Je dána funkce f: $y = x^2 + 2x - 3$, která má definiční obor $D(f) = \langle -4; 4)$. /viz 4. celek, s. 25/ 2 body

Jaký je obor hodnot funkce f?

A) $\langle -4; 5)$
B) $\langle -4; 5\rangle$
C) $\langle -4; 21)$
D) $\langle -4; 21\rangle$
E) $\langle 5; 21\rangle$

20 Pro $x > 0$ jsou dány následující tři funkce. /viz 4. celek, s. 25/ 2 body

f: $y = \log(4x)$; g: $y = \log x + \frac{1}{2}\log 16$; h: $y = \log(5x) - \log x$

Které z těchto funkcí se sobě rovnají?

A) Pouze funkce *f*, *g*.
B) Pouze funkce *f*, *h*.
C) Pouze funkce *g*, *h*.
D) Všechny tři funkce *f*, *g*, *h* navzájem.
E) Žádné dvě z daných funkcí se navzájem nerovnají.

21 Je dána rovnice $\frac{3^{x^2-x}}{27^{x-1}} = \left(\sqrt{3}\right)^{x+2}$. /viz 4. celek, s. 25/ 2 body

Která z následujících množin je množinou všech řešení dané rovnice?

A) $\{4\}$
B) $\left\{-4; \frac{1}{2}\right\}$
C) $\left\{-4; -\frac{1}{2}\right\}$
D) $\left\{-\frac{1}{2}; 4\right\}$
E) $\left\{\frac{1}{2}; 4\right\}$

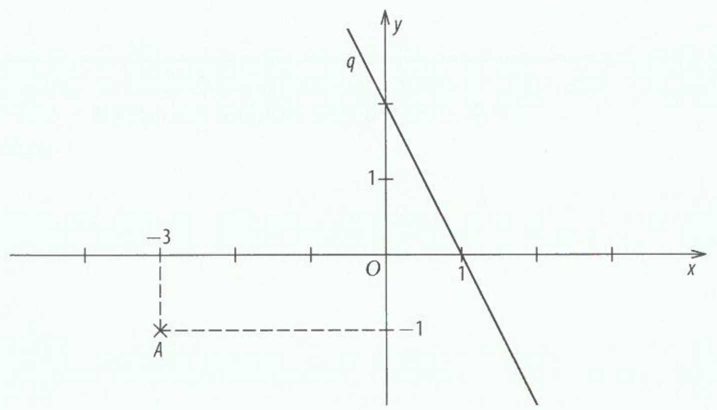
22 Kovovému kvádru, který byl zbroušen opět do tvaru kvádru, se zmenšily všechny jeho rozměry o $\frac{2}{5}$ z původních rozměrů. /viz 1. celek, s. 11, a 7. celek, s. 42/ 2 body

O kolik procent se zmenšil jeho objem?

A) o 6,4 %
B) o 21,6 %
C) o 40 %
D) o 78,4 %
E) o 93,6 %

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* je dána přímka *q* a bod *A*. Přímka *p* je kolmá k přímce *q* a prochází bodem *A*.



23 **Která rovnice vyjadřuje směrnicový tvar rovnice přímky *p*?** /viz 8. celek, s. 47/ 2 body

A) $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

B) $y = \frac{1}{2}x + 1$

C) $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

D) $y = 2x + 1$

E) $y = 2x + 5$

24 **Jaký je součet všech přirozených trojciferných čísel, která jsou dělitelná jedenácti?** /viz 5. celek, s. 31/ 2 body

A) 40 095
B) 43 450
C) 43 960
D) 44 000
E) 44 550

25 **Přiřaďte ke každému zadání (25.1–25.4) odpovídající hodnotu proměnné *p* (A–F).** /viz 8. celek, s. 47/ max. 4 body

25.1 Velikost vektoru $\vec{u} = (p - 3; 6)$, kde $p > 0$, je $3\sqrt{5}$ j.

25.2 Vektory $\vec{v} = (-3; 2p)$ a $\vec{w} = (-4; -2)$ jsou na sebe kolmé.

25.3 Bod $A[3; p]$ leží na přímce m: $x = 1 - t$; $y = -2t$; $t \in \mathbf{R}$.

25.4 Vzdálenost bodu $P[p; 1]$, kde $p > 0$, od přímky n: $3x - 4y + 4 = 0$ je rovna 3 j.

A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6
F) 7

26 V atletickém oddílu je celkem 12 sportovců, z toho 7 chlapců a 5 dívek. /viz 9. celek, s. 51/ **max. 3 body**

Přiřaďte ke každé úloze (26.1–26.3) odpovídající výsledek (A–E).

26.1 Určete, kolika způsoby lze do soutěže vybrat smíšené družstvo tří chlapců a dvou dívek, je-li jeden chlapec zraněn, a nemůže být proto zařazen do výběru.

26.2 Určete počet všech možných pořadí běžců v pětičlenné chlapecké štafetě, jsou-li dva chlapci nemocní, a nemohou se proto štafetového závodu zúčastnit.

26.3 Určete, kolika způsoby lze vybrat právě tři chlapce ze všech chlapců v oddílu tak, aby každý z nich reprezentoval oddíl v jedné ze tří různých disciplín.

A) 35
B) 120
C) 200
D) 210
E) 350